机器人铣削模态耦合颤振建模与仿真研究

金永乔[1]，辛世豪[2]，杨长祺[3]，孙朝阳[2]

（1.上海航天精密机械研究所，上海 201600；2.华中科技大学机械科学与工程学院，武汉 430074；3.上海杭和智能科技有限公司，上海 201109）

摘　要：近年来工业机器人铣削加工得到了极大的推广。较好的灵活度与铰链结构使得模态耦合颤振较易发生。首先建立了考虑时滞现象、加工表面更新与瞬时切削力模型的机器人铣削模态耦合动力学模型。采用 Newmark-β 逐步积分法对稳定性预测结果进行验证，结果表明所建立的机器人铣削模态耦合颤振模型较为准确。根据结果分析，明确了时滞效应与瞬时切削力模型引入动力学模型的必要性，得出了机器人铣削加工在较高转速下具有较大临界切深的结论。

关键词：工业机器人；模态耦合颤振；Newmark-β；逐步积分法；时滞效应

中图分类号：TH16　　文献标识码：A　　文章编号：1672-545X(2021)01-0019-03

0 引言

由于具有较大的工作空间与加工灵活性，工业机器人近年来在铣削加工中得到了极大的推广。但是由于其刚性较差，各自由度之间存在明显的耦合现象，即单一方向的受力将会导致三个方向的变形。该位移反馈的现象将会引起系统失稳，发生模态耦合颤振[1]。另外机器人铣削加工振幅较大，极易发生刀齿跳出等现象，会导致出现 2 倍时滞时间与 1/2 齿通频率的现象[2]，会对稳定性产生影响。因此，在机器人铣削稳定性模型中，对于时滞现象与瞬时切削力模型的考虑同样极有必要。

针对上述问题，国内外学者进行了大量的研究。2006 年，Pan 等人[3]建立了机器人模态耦合颤振动力学模型，在模态空间下对其进行解耦，最后通过求解特征根的方式，对其稳定性进行判断。2017 年 Cen 等人[4]在机器人刚度模型中考虑外载荷所带来的刚度额外项，并基于此对模态耦合模型进行了改进，利用改进后的模型不需要改变刀具进给方向或工件方向即可起到模态耦合颤振抑制的作用。2019 年，刘宇等人[5]在机器人铣削模态耦合颤振模型的基础上进行了可靠性建模，分析了各参数对于机器人模态耦合颤振的影响。Huynh 等人[6]采用多输入多输出识别、计算机辅助设计模型和实验模态分析相结合的方法，进行了位姿依赖的机器人动力学特性预测。2018 年李宇庭[7]基于二叉树的 RCSA 方法进行了机器人铣削末端刀尖点频响的快速预测，并进行了位姿依赖的机器人铣削稳定性分析。与此类似的，Celikag 等人[8]进行了不同位姿下的机器人动态特性的研究，提出在加工过程中通过重新配置关节角度抑制颤振的加工策略，并利用实验进行验证。

目前对于机器人铣削模态耦合颤振的研究大多是考虑平均切削力模型，且不考虑时滞效应。本文首先建立了考虑时滞现象、加工表面更新与瞬时切削力模型的机器人铣削模态耦合动力学模型。采用 Newmark-β 逐步积分法对稳定性预测结果进行验证，并对刀齿跳出带来的影响进行分析，结合模型预测与仿真结果，在结论中总结思考的机器人铣削加工的建议转速，并对考虑时滞效应与瞬时切削力模型的必要性进行论证。

1 机器人铣削加工模态耦合稳定性建模

相比于传统数控机床，具有较大动柔度与较高柔顺性的机器人更易发生结构模态耦合颤振。本文在传统的机器人铣削加工模态耦合颤振模型[3]的基础上，考虑了模态阻尼与时滞效果对稳定性的影响，建立如下机器人铣削稳定性模型：

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = [K_p]\{q(t) - q(t-T)\} \quad (1)$$

其中 M，C，K 分别表示模态质量，阻尼与刚度矩阵，T 代表齿通周期时间，$q(t)$ 代表当前时刻三个方向的振动，$q(t-T)$ 代表相差一个齿通周期时间的三个方向的振动。

由于机器人存在明显的模态耦合效应，任意方

收稿日期：2020-10-04
基金项目：智能制造单元技术
作者介绍：金永乔(1983-)，男，安徽巢湖人，博士，高级工程师，研究方向：机器人集成与应用，高端装备集成及智能制造。

向的激励将会产生多个方向的响应信号，其模态参数将会有交叉项存在。而时滞现象的考虑精确了切削力模型的表达，将交叉模态参数与考虑时滞的切削力模型引入公式，则可得到如下表达式：

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=[F]\begin{bmatrix} x(t)-x(t-T) \\ y(t)-y(t-T) \\ z(t)-z(t-T) \end{bmatrix} \quad (2)$$

将公式转换至模态空间中：

$$\begin{bmatrix} m_{q1} & & \\ & m_{q2} & \\ & & m_{q3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c_{q1} & & \\ & c_{q2} & \\ & & c_{q3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix} k_{q1} & & \\ & k_{q2} & \\ & & k_{q3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}=[U]^{T}[F][U]\begin{bmatrix} q_1(t)-q_1(t-T) \\ q_2(t)-q_2(t-T) \\ q_3(t)-q_3(t-T) \end{bmatrix} \quad (3)$$

由于公式存在时滞项，且本文采用瞬时切削力模型进行计算,无法获得稳定性的解析表达式,因此利用全离散法进行稳定性求解。

将公式改写为状态空间形式有：

$$\ddot{x}(t)=A_0x(t)+A(t)x(t)-A(t)x(t-T) \quad (4)$$

利用全离散法的求解思路，可构建出单个时间周期内的过渡矩阵 Φ,有如下关系：

$$Y_m=\Phi Y_0 \quad (5)$$

其中：

$$Y_k=\mathrm{col}(x_k \ \ x_{k-1} \cdots x_{k+1-m} \ \ x_{k-m}) \quad (6)$$

基于 Floquet 理论可知,当过度矩阵 Φ 的所有特征值的模均大于 1 时系统失稳,反正系统稳定。计算得到的稳定性 Lobe 图如图 1 所示。

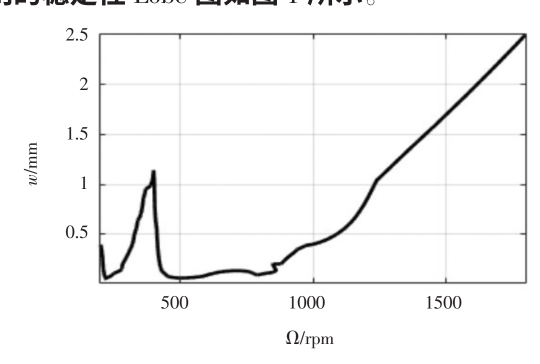


图 1 机器人铣削加工稳定性 Lobe 图
(径向切深 =12mm ;K_{tc}=4940.2 N/mm^2 ;
K_{tc}=5680.1 N/mm^2 ;K_{tc}=351.8 N/mm^2 ;
每齿进给量 =0.1mm)

2 基于Newmark-β 法的机器人铣削加工稳定性仿真分析

为验证模型的准确性，且对加工中振动情况进行分析，本节采用 Newmark-β 逐步积分法进行振动轨迹的求解，根据振动轨迹的发散程度判断切削状态的稳定性。

系统的振动微分方程如公式所示,为便于表达,写为如下形式：

$$M\ddot{q}+C\dot{q}+Kq=F \quad (7)$$

根据 Newmark-β 法,利用 $\ddot{q}$,$\dot{q}$,q 与 $q_{t+\triangle t}$ 表示 $\ddot{q}_{t+\triangle t}$,$\dot{q}_{t+\triangle t}$ 则下一个步长系统的振动微分方程如下：

$$\widetilde{K}q_{t+\triangle t}=\widetilde{F}_{t+\triangle t} \quad (8)$$

其中：

$$\widetilde{K}=K+\frac{1}{\gamma\triangle t^2}M+\frac{\beta}{\gamma\triangle t}C \quad (9)$$

当指定初始值 $\ddot{q}$,$\dot{q}$,q 与时间步长 $\triangle t$ 时,根据公式可直接计算出下一时刻的位移 $q_{t+\triangle t}$,而 $\ddot{q}_{t+\triangle t}$,$\dot{q}_{t+\triangle t}$ 则可用 $\ddot{q}$,$\dot{q}$,q 与 $q_{t+\triangle t}$ 表达,从而迭代计算得出。若末端振动位移 q 存在机器人模态频率,则系统失稳。选取 1000 r/min 切深递增的三组切削参数进行仿真实验验证,如表 1 所示。结果对比如图 2、图 3 所示。

$$\widetilde{F}_{t+\triangle t}=\widetilde{F}_{t+\triangle t}+M\left[\frac{1}{\gamma\triangle t^2}q_t+\frac{1}{\gamma\triangle t}\dot{q}_t+\left(\frac{1}{2\gamma}-1\right)\ddot{q}_t\right]+$$

$$C\left[\frac{\beta}{\gamma\triangle t}q_t+\left(\frac{\beta}{\gamma}-1\right)\dot{q}_t+\left(\frac{\beta}{2\gamma}-1\right)\triangle t\ddot{q}_t\right] \quad (10)$$

表 1 切削参数

转速 /(r/min)	每齿进给量/mm	轴向切深/mm	径向切深/mm	K_{tc} /(N/mm^2)	K_{rc} /(N/mm^2)	K_{ac} /(N/mm^2)
1000	0.1	0.3	12	4940.2	5680.1	351.8
1000	0.1	0.4	12	4940.2	5680.1	351.8
1000	0.1	0.5	12	4940.2	5680.1	351.8

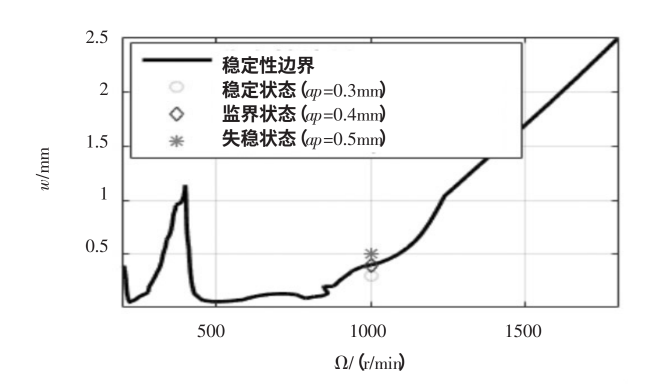
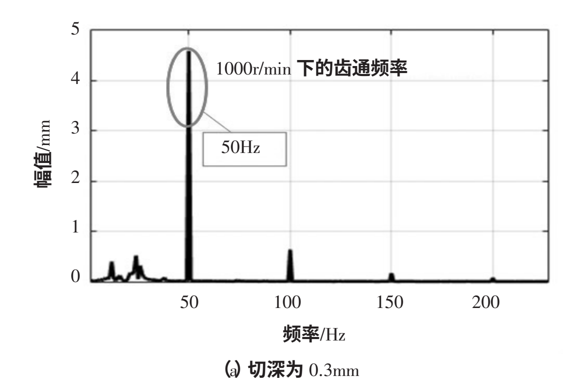
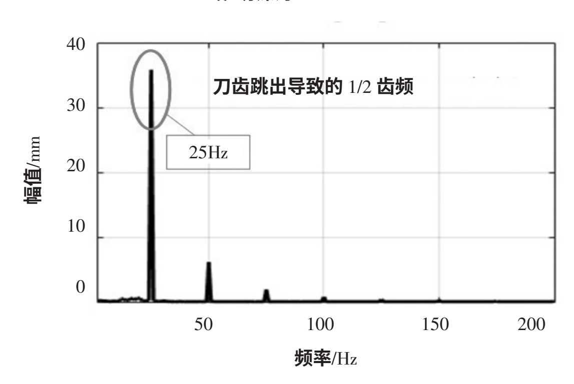


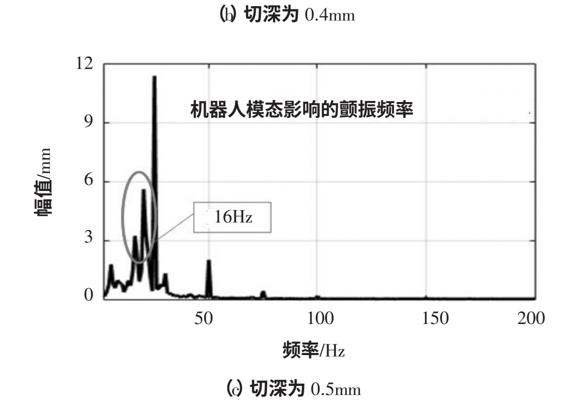
图 2 仿真结果对比图



(a) 切深为 0.3mm



(b) 切深为 0.4mm



(c) 切深为 0.5mm

图 3 振动信号频谱图

根据仿真结果可以发现，保证其余切削参数不变，随着切深的逐渐增加，由于刀齿跳出的因素存在[2]，首先会出现时滞时间加倍，齿通频率减半的现象。此时若再增加切深，越过稳定性边界，则会出现较大幅值的机器人模态频率附近的振动，该频率的振动的出现即为颤振发生的标志。

3 结论

本文建立了考虑时滞现象、加工表面更新与瞬时切削力模型的机器人铣削模态耦合动力学模型，并采用 Newmark-β 逐步积分法对稳定性预测结果进行验证，且发现了刀齿跳出导致的时滞时间加倍、齿通频率减半的现象。根据仿真结果可以发现，机器人铣削加工中，时滞现象会随着切深的改变而改变，在机器人铣削稳定性预测中必须进行考虑。此外根据稳定性 Lobe 图，可以发现，随着转速的提升，临界切深逐渐增大，因此在实际加工中，建议利用较高转速进行机器人铣削加工。

参考文献：

[1] 王战玺，张晓宇，李飞飞，等. 机器人加工系统及其切削颤振问题研究进展[J]. 振动与冲击，2017，36（14）：147-155，188.

[2] Gao J，Altintas Y. Chatter stability of synchronized elliptical vibration assisted milling [J]. CIRP Journal of Manufacturing ence and Technology，2020（28）：76-86.

[3] Z. Pan，H. Zhang，Z. Zhu，J. Wang，Chatter analysis of robotic machining process，J.Mater [J].Process.Technol. 2006，173（3）：301-309.

[4] L. Cen，S. N. Melkote，CCT-based mode coupling chatter avoidance in robotic milling，Int. J.Manuf [J] .Process. 2017（29）：50-61.

[5] 刘宇，何凤霞. 基于概率方法的机器人铣削加工颤振稳定性研究[J]. 东北大学学报：自然科学版，2019，40（5）：683-687.

[6] Hoai Nam Huynh，Hamed Assadi，Edouard Rivière-Lorphèvre，Olivier Verlinden，Keivan Ahmadi，Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing，2020（61）：101852.

[7] 李宇庭. 机器人多轴铣削刀尖频响快速预测及颤振稳定性分析[D]. 武汉：华中科技大学，2018.

[8] H. Celikag，N. D. Sims，E. Ozturk，Chatter Suppression in Robotic Milling by Control of Configuration Dependent Dynamics[J].Procedia CIRP，2019（82）：521-526.

（下转第 25 页）

The Experiment and Research of Conveyor for Sugarcane Single Bud Planter

HUANG He, ZENG Tai, TANG Rong-zhi, MO Xiao-bin, GUO Bin, PAN Ying-chun
(Guangxi Liugong Agricultural Machinery Co., Ltd., Liuzhou Guangxi 545007, China)

Abstract: The scraper conveyor refers to a conveyor which is pulled by the scraper chain and transports bulk materials in a tank or box. The device can be used as a sugarcane seed lifting or seeding device when applied to sugarcane planters, so the scraper conveyor is widely used in sugarcane planters. The scraper conveyor installed with different shapes of scrapers is used for carrying out the single-bud sett sugarcane seeding experiment, to study whether the seeding rate and damaged bud rate of the scraper conveyor applied on the single-bud sett sugarcane planter can meet the planting requirements.

Key words: Sugarcane single bud planter; conveyor; seeding rate; damaged bud rate

(上接第 18 页)

Research on the Measuring Method for Machining Accuracy of Cylindrical Line Gear

CHEN Yang-zhi, LIU Wu, HE Chao, LIN Yi-fan
(School of Mechanical and Automative Engineering, South China
University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: In this paper, the measuring method of the machining accuracy of cylindrical line gear is studied. Firstly, according to the meshing characteristics and the tooth surface construction method, the machining accuracy measuring method of line gear is proposed, and the machining accuracy measuring platform was developed based on this method. The working principle, main system components, design of key structure of the measuring platform are presented focucely.. The machining accuracy measuring is carried out to test the milled plastic line gears, and the machining error and its causes are briefly analyzed. The test results show that the measuring platform can achieve the rapid measuring of the transverse tooth profile and contact line, which provide the corresponding methods and devices for the machining accuracy measurement of cylindrical line gear.

Key words: line gear; gear measurement; measuring equipment; measuring principle

(上接第 21 页)

Modeling and Simulation of Modal Coupled Chatter in Robotic Milling

JIN Yong-qiao[1], XIN Shi-hao[2], YANG Chang-qi[3], SUN Chao-yang[2]
(1.Shanghai Institute of Aerospace Precision Machinery, Shanghai 201600, China;
2.School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology,
Wuhan 430074, China; 3. Shanghai HANGHE Intelligent Technology Co., Ltd., Shanghai 201109, China)

Abstract: In recent years, industrial robot milling has been greatly promoted. The better flexibility leads to the problem of poor stability, while articulated structure makes mode coupling chatter more easily excited. In this paper, a dynamic model considering the mode coupling chatter, time-delay effect, surface regeneration and instantaneous cutting force is established. Then, the stability prediction results are verified by using the Newmark-β stepwise integration method. The results show that the proposed model is more accurate. According to the analysis of the results, the necessity of considering the time-delay effect and instantaneous cutting force model is clarified, and a conclusion is proposed that the robot milling has a larger critical cutting depth at the higher speed.

Key words: industrial robot; mode coupling chatter; Newmark-β stepwise integration method; time-lag effect